

# HC bis

Jean-Jacques Lévy

30 Mai 2002

**Avertissement** La rédaction doit être claire, concise et précise.

Soit  $n \geq 0$  un entier. On représente un sous-ensemble  $X$  de l'ensemble  $E = \{0, \dots, n-1\}$  par la liste chaînée de ses éléments en ordre croissant. On dira aussi que  $X$  est une partie de  $E$ . Une classe déclarée **Partie** correspond à ces listes.

**Question 1** Définir la classe **Partie**.

**Question 2** Ecrire la fonction **Partie union** (**Partie**  $x$ , **Partie**  $y$ ) qui calcule l'union des parties  $X$  et  $Y$ . Donner la complexité de cette fonction.

On considère une relation binaire  $R$  sur  $E$  et son graphe associé, c'est-à-dire le sous-ensemble de  $E \times E$  des paires d'entiers vérifiant la relation

$$\text{graphe}(R) = \{(i, j) \mid i R j, i \in E, j \in E\}$$

Supposons donné un ensemble de relations  $c_1, c_2, \dots, c_k$  de graphes  $X_1, X_2, \dots, X_k$  donnés. Alors on considère une algèbre de termes  $r, s, t, \dots$ , représentant des relations binaires. Un terme  $r$  ou  $s$  est défini récursivement par :

$$\begin{array}{l} r, s ::= r + s \quad \text{union} \\ \quad \mid rs \quad \text{composition} \\ \quad \mid r^{-1} \quad \text{inverse} \\ \quad \mid c_i \quad \text{graphe donné} \end{array}$$

Plus précisément, si  $r$  et  $s$  sont deux termes qui représentent les relations de graphes  $X$  et  $Y$ , alors  $r + s$  représente la relation de graphe  $X \cup Y$ . De même la composition  $rs$  représente la relation de graphe  $\{(i, j) \mid \exists k \in E, (i, k) \in X, (k, j) \in Y\}$ . Enfin  $r^{-1}$  a pour graphe  $\{(i, j) \mid (j, i) \in X\}$ .

**Question 3** Définir la classe abstraite **Relation** et ses sous-classes **Union**, **Composition**, **Inverse**, et **Graphe**. (La classe **Graphe** utilisera la représentation creuse des graphes par un tableau des listes de successeurs de chaque sommet  $i$ , vue dans le cours.)

**Question 4** Définir dans ces classes une méthode **Graphe graphe()** telle que  $r.\text{graphe}()$  calcule le graphe de la relation  $r$ . En donner sa complexité. (On utilisera la programmation par objets).

**Question 5** Si  $r$  est la relation de graphe  $R$ , on considère une nouvelle construction  $r^*$  de graphe  $\sum_{i=0}^{\infty} R^i$ , et sa classe correspondante **Etoile**. L'algèbre des relations devient :

$$\begin{array}{l} r, s ::= \dots \quad \text{comme avant} \\ \quad \mid r^* \end{array}$$

Que devient alors la méthode **graphe()**? Ecrire la fonction correspondante. Quelle est sa complexité?